Vetores – Abordagem Geométrica

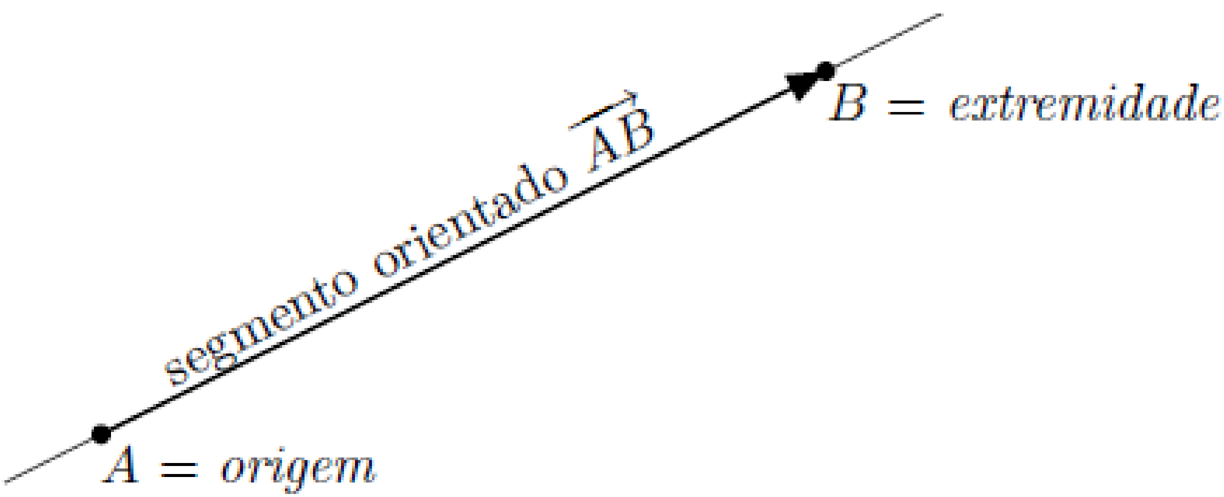
Matemática para Engenharia I

Profa. Simone

2016/2

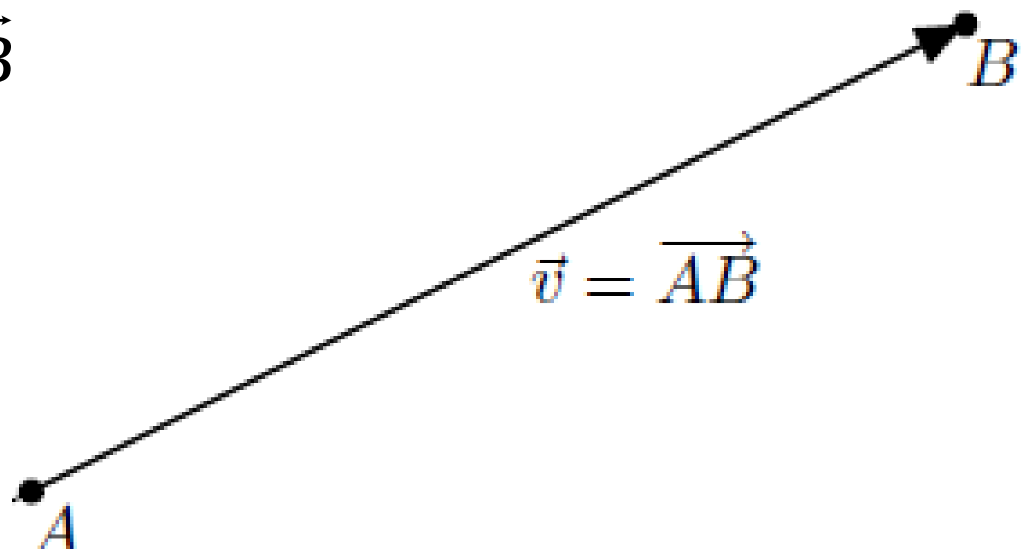
Vetor – Definição

- Um **vetor** pode ser definido, geometricamente, como o conjunto de todos segmentos orientados que possuem em comum **comprimento**, **direção** e **sentido** *(equipolentes)*.



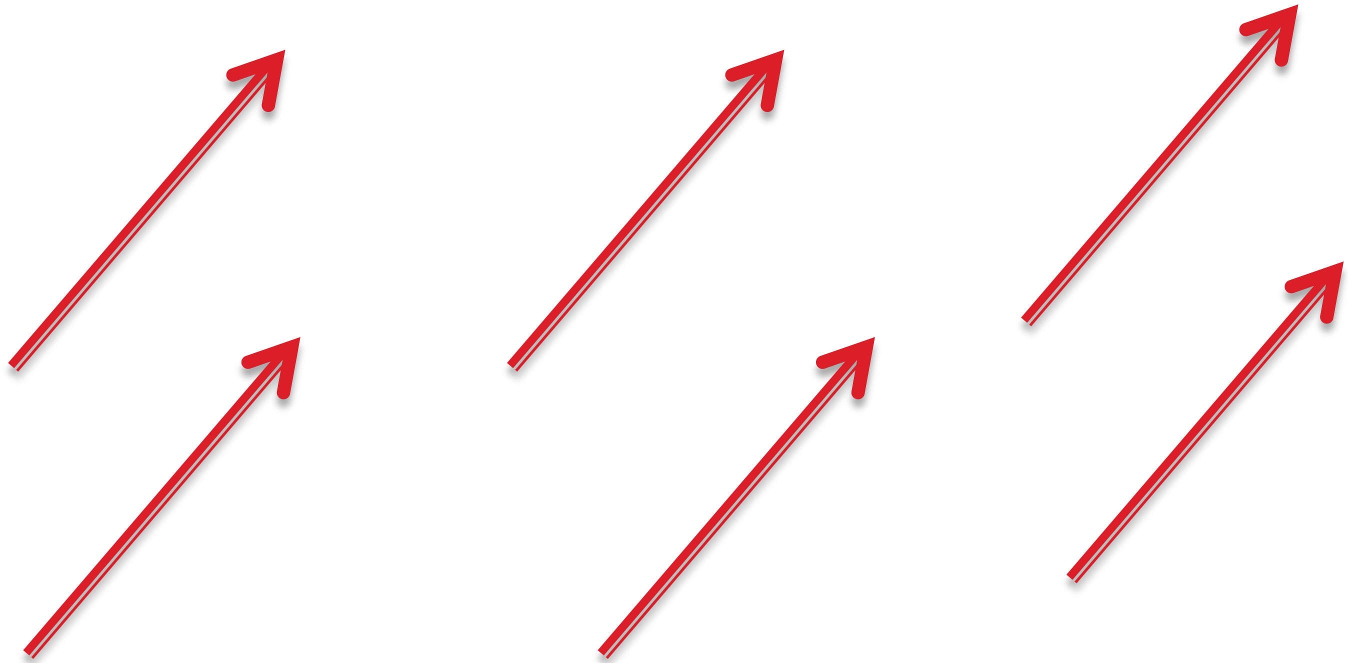
Notação

$$\mathbf{v} = \vec{v} = \overrightarrow{AB}$$



Representante de um vetor

- Um conjunto de segmentos orientados equipolentes – cada segmento é dito representante do vetor.



Igualdade de vetores

- Dois vetores são iguais se tiverem mesmo **comprimento**, mesma **direção** e mesmo **sentido**.

- Denota-se:

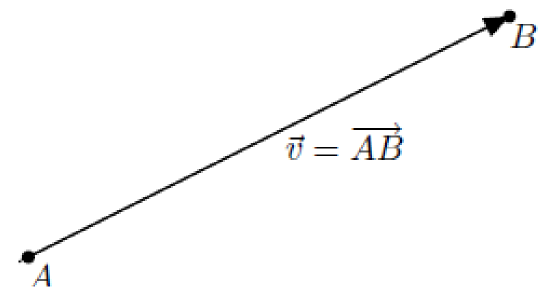
$$\vec{u} = \vec{v}$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}$$

Comprimento de um vetor

- O **comprimento** do vetor

$$\mathbf{v} = \vec{v} = \overrightarrow{AB}$$



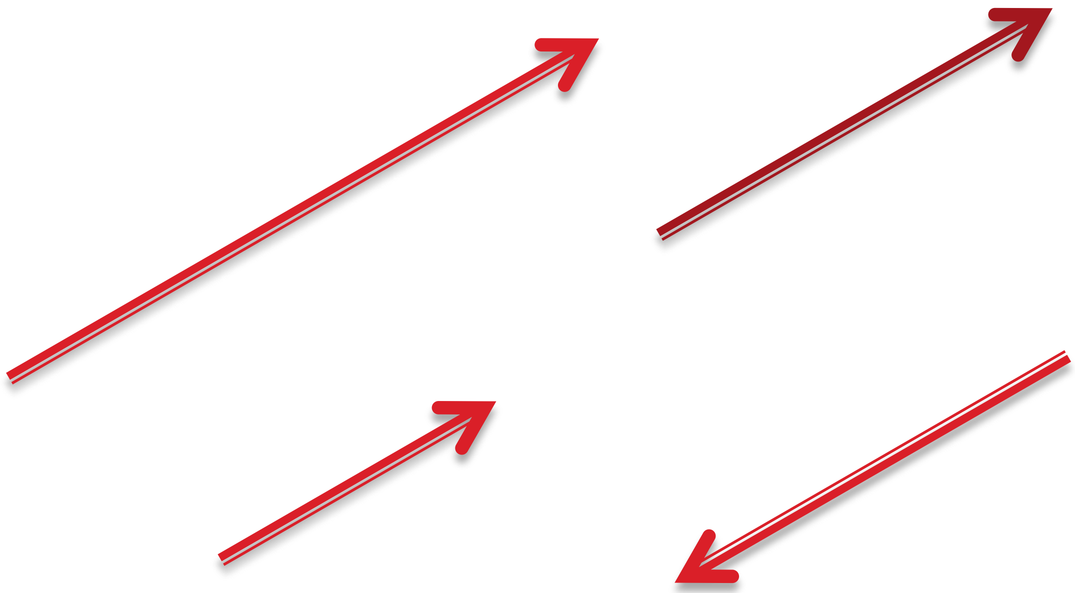
é a medida da distância entre os pontos A e B, $d(A,B)$

- Denota-se por: $\left|\vec{v}\right| = d(A,B)$ (módulo)

ou $\left\|\vec{v}\right\| = d(A,B)$ (norma)

Vetores paralelos

- Vetores paralelos possuem a mesma **direção.**



Vetor nulo

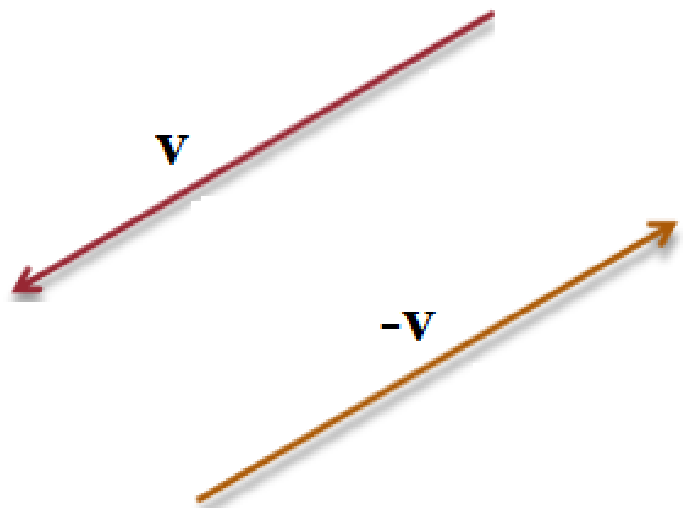
- O vetor cujos pontos inicial e final coincidem, tem comprimento zero é chamado **vetor nulo**, denotado por $\mathbf{0} = \vec{0}$.

$$\overrightarrow{AB}$$

$$\bullet$$

Vetor oposto

- A todo vetor $\mathbf{v}$ podemos associar o vetor $-\mathbf{v}$, dito vetor oposto.



- O vetor $-\mathbf{v}$ possui o mesmo comprimento, a mesma direção e sentido contrário de $\mathbf{v}$.

Vetor unitário e versor

- Vetor **unitário** é o vetor tal que

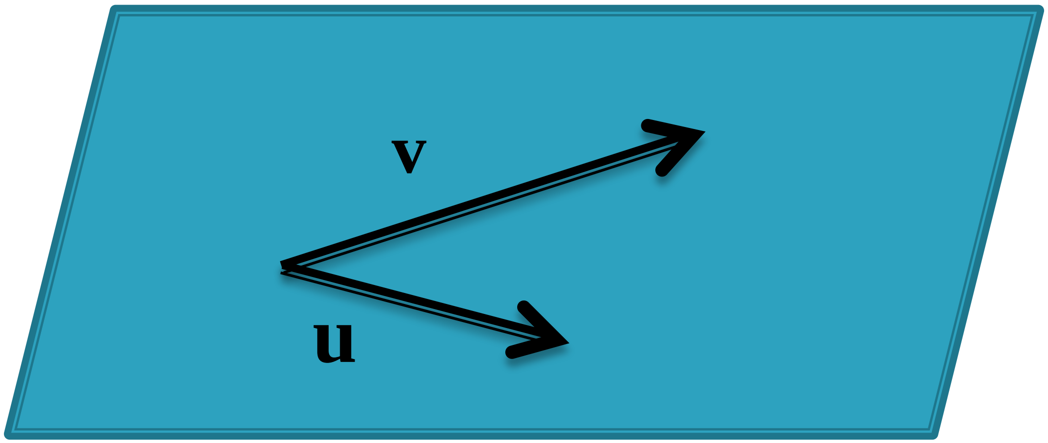
$$\|\mathbf{u}\| = 1$$

- **Versor** de um vetor $\mathbf{v}$ é um vetor unitário de mesma direção e sentido de $\mathbf{v}$, denotado por

$$\mathbf{u} = \frac{1}{\|\mathbf{v}\|}\mathbf{v}$$

Vetores coplanares

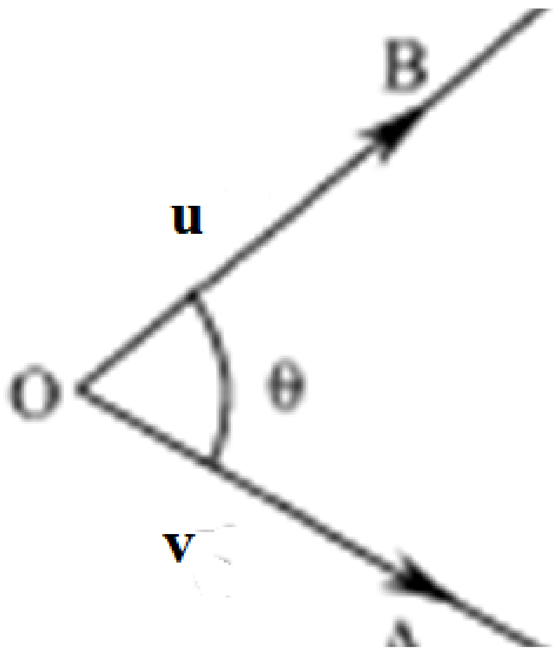
- Dois vetores são ditos coplanares se existir algum plano onde os mesmos são representados.



- Se os vetores não são paralelos entre si, como os da figura, então eles determinam a "direção" do plano.

Ângulo entre dois vetores não-nulos

- É o **ângulo** θ formado por $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ quando seus pontos iniciais são colocados na mesma origem, tal que $0^0 \leq \theta \leq 180^0$



$$\text{Se } \theta = 0^0 \rightarrow \mathbf{u} \parallel \mathbf{v} \quad (\textit{paralelos})$$

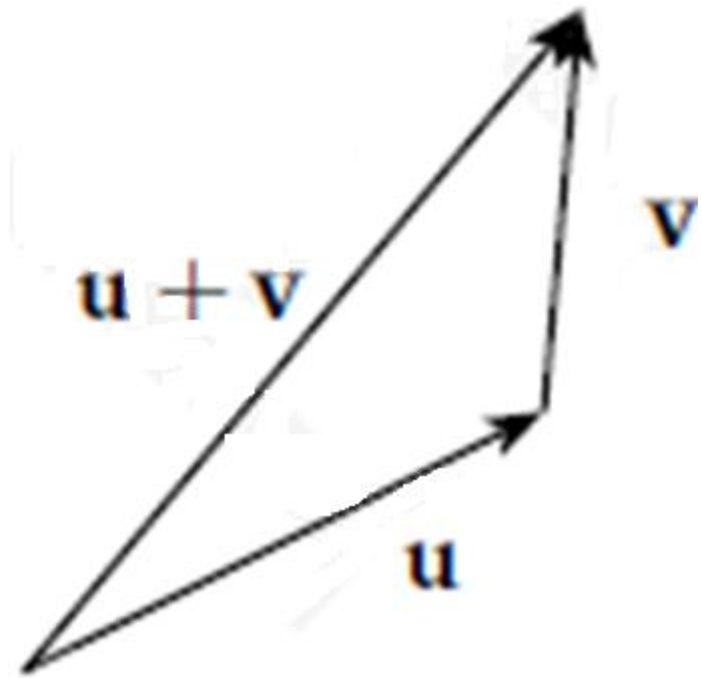
$$\text{Se } \theta = 90^0 \rightarrow \mathbf{u} \perp \mathbf{v} \ (\textit{ortogonais})$$

Operações com vetores

- Adição de Vetores
- Multiplicação de vetor por escalar

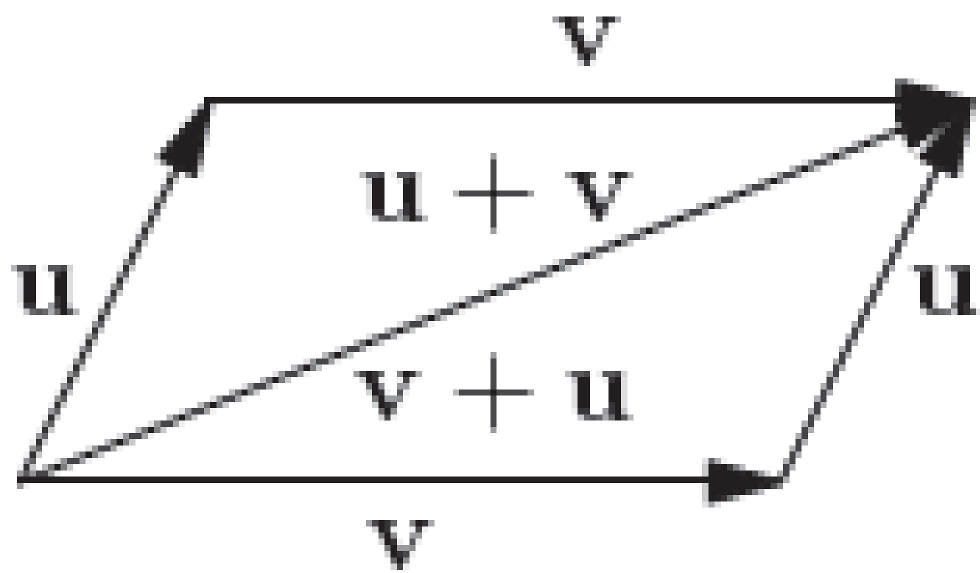
Adição de vetores – Regra do Triângulo

- Se **u** e **v** são vetores posicionados de forma que a origem de **v** coincide com a extremidade de **u**, então o vetor soma **u** + **v** é o vetor representado pela seta desde a origem de **u** até a extremidade de **v**.



Adição de Vetores – Regra do Paralelogramo

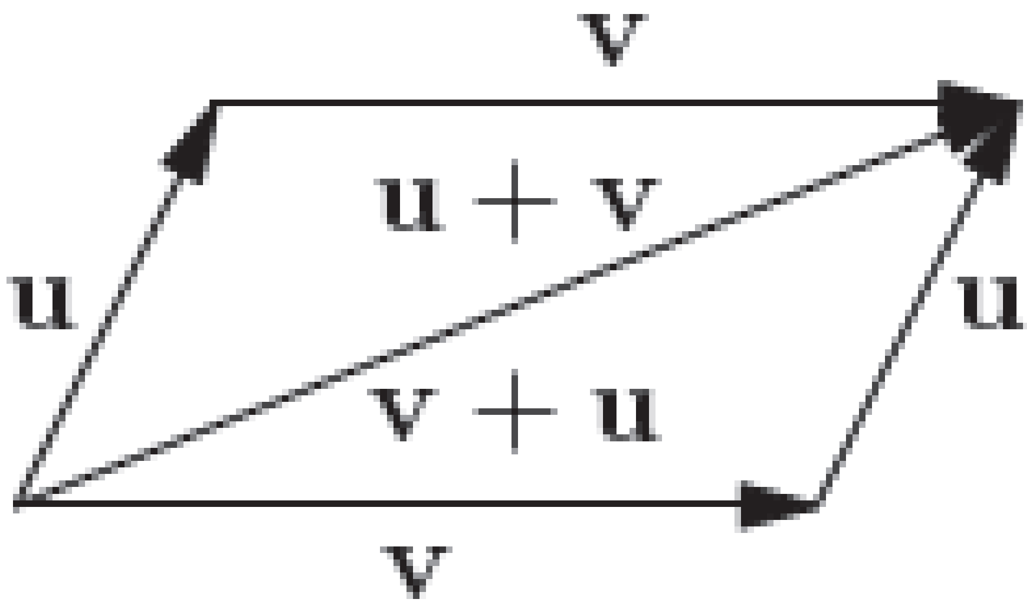
- Se a origem de **u** e **v** coincidem então **u** e **v** formam lados adjacentes de um paralelogramo e o vetor soma **u** + **v** é o vetor representado pela seta desde a origem comum até o vértice oposto do paralelogramo.



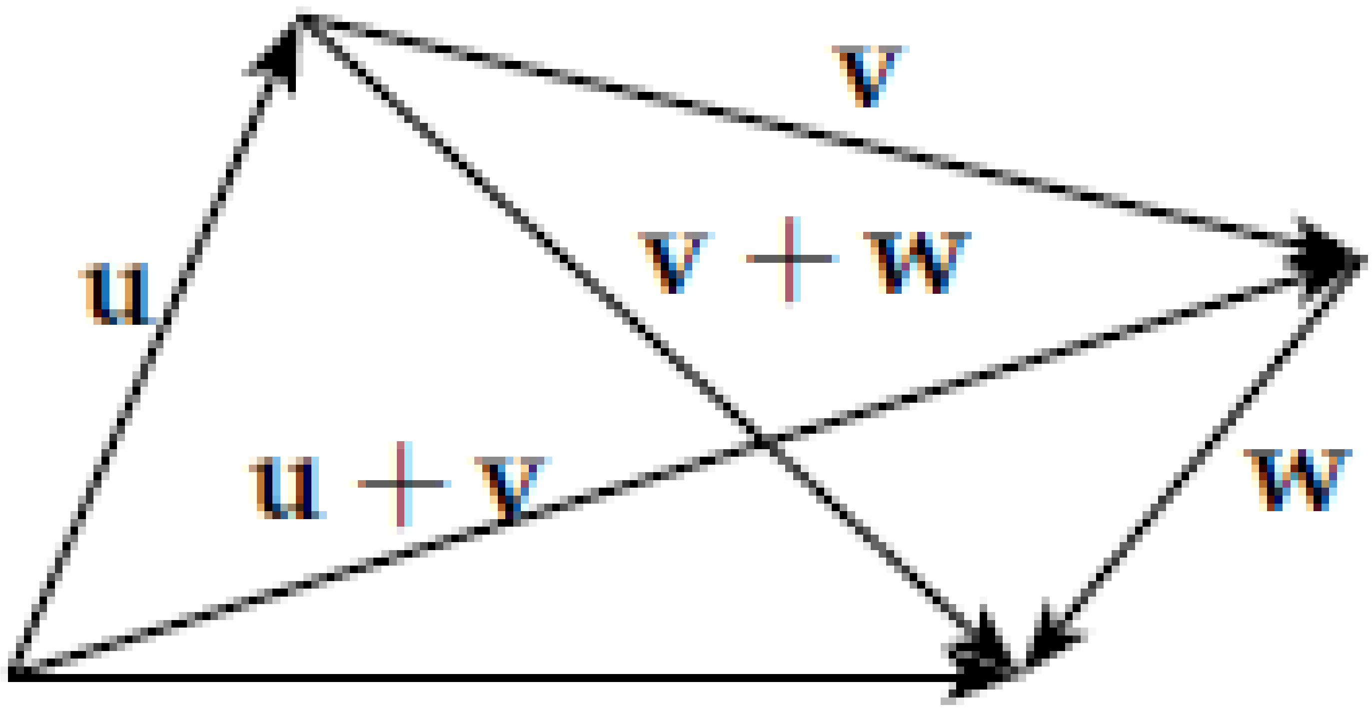
Propriedades da Adição de Vetores

- Se **u**, **v** e **w** são vetores quaisquer,então:
- $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ (comutativa)
- $\mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = (\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w}$ (associativa)
- $\mathbf{v} + \mathbf{0} = \mathbf{v}$ (elemento neutro)
- $\mathbf{v} + (-\mathbf{v}) = \mathbf{0}$ (elemento oposto)

Comutativa



Associativa



Multiplicação de vetor por escalar

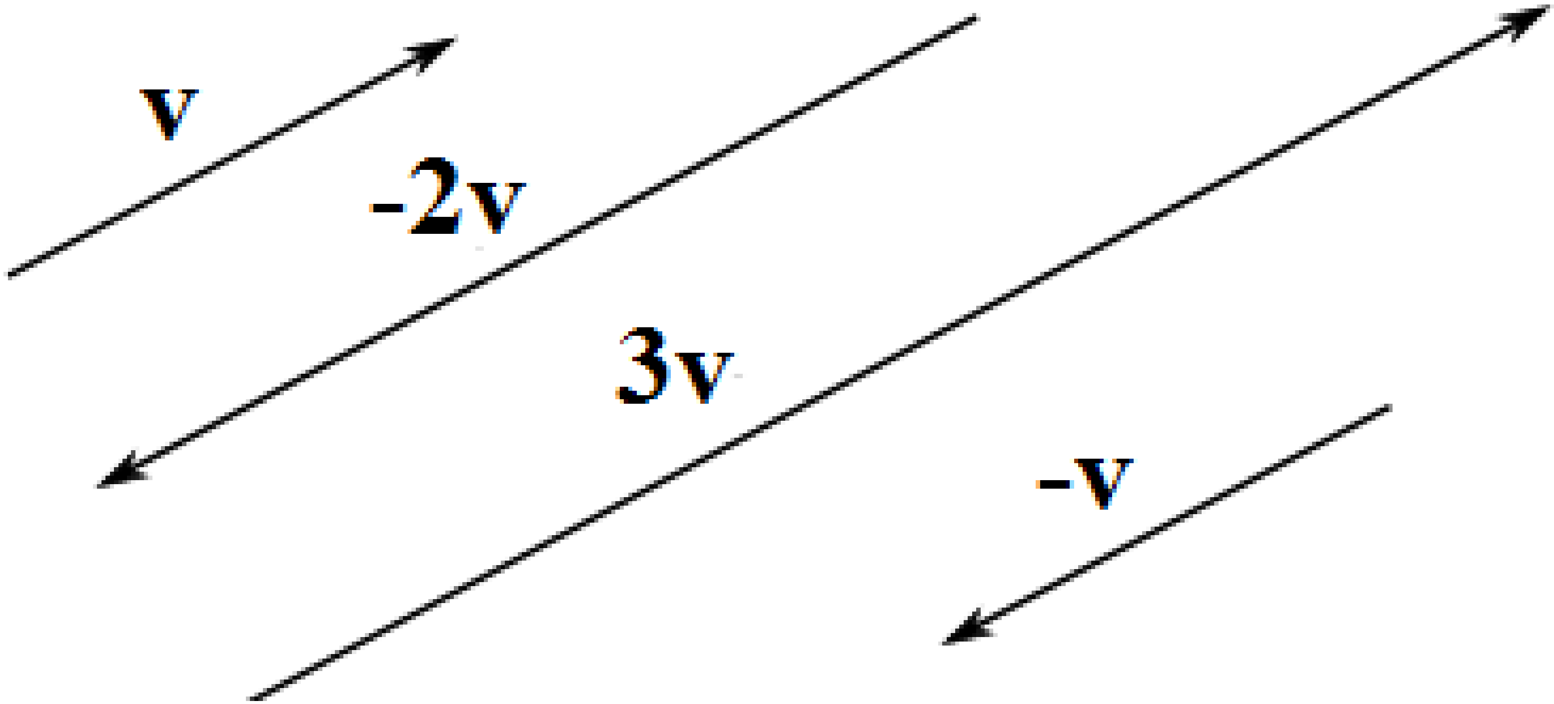
- Se $\mathbf{v}$ é um vetor e α é um escalar, então o vetor $\alpha\mathbf{v}$ é um vetor caracterizado por:

- comprimento : $|\alpha|\|\mathbf{v}\|$

- direção: a mesma de $\mathbf{v}$

- sentido: $\begin{cases} \text{mesmo de } \mathbf{v}, & se \quad \alpha > 0 \\ \text{oposto ao de } \mathbf{v}, & se \quad \alpha < 0 \end{cases}$

Multiplicação de vetor por escalar



Propriedades da Multiplicação por escalar

- Se $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$ são vetores quaisquer e α e β escalares,então:

- $\alpha\,(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = \alpha\,\mathbf{v} + \alpha\,\mathbf{u}$ **(distributiva – ad. vetores)**

- $(\alpha + \beta)\mathbf{v} = \alpha\,\mathbf{v} + \beta\,\mathbf{v}$ **(distributiva – ad. escalares)**

- $(\alpha\beta)\,\mathbf{v} = \alpha(\beta\mathbf{v})$ **(homogeneidade)**

- $1\mathbf{v} = \mathbf{v}$ **(identidade)**

Tarefa

- Em aula:

Cap. 1 – p. 14-17

Exercícios: 2, 3, 5, 12, 14 e 16

Respostas na p.17