

7. GERAÇÃO DE MALHAS TRIANGULARES

* PROPRIEDADES REQUERIDAS PARA UMA MALHA:

MALHAS COM ELEMENTOS TRIANGULARES (OU TETRAÉDRICOS) SÃO MALHAS VERSÁTEIS QUE PODEM PREENCHER COM FACILIDADE DOMÍNIOS BASTANTE IRREGULARES, MAS APRESENTAM A DIFICULDADE DE ORDENAÇÃO QUE IMPLICA EM MATRIZES DE COEFICIENTES SEM A ESTRUTURA DE BANDAS.

COMO QUALQUER TIPO DE MALHA, MALHAS TRIANGULARES DEVEM OBSERVAR CERTOS REQUISITOS, OU POSSUIR CERTAS PROPRIEDADES, PARA QUE A SOLUÇÃO NUMÉRICA TENHA SUA LIDADE. AS PROPRIEDADES DE UMA MALHA SÃO DEFINIDAS PELO NÚMERO, FORMA E TAMANHO DOS ELEMENTOS, SENDO O TEMPO DE CPU E A MEMÓRIA UTILIZADOS PARA A GERAÇÃO TAMBÉM PARÂMETROS IMPORTANTES. SATISFAZER OS CRITÉRIOS DE BOA QUALIDADE DE MALHA E MINIMIZAR O TEMPO DE PROCESSAMENTO SÃO PROCESSOS CONTRÁRIOS, POIS MELHORAR A QUALIDADE DE UMA MALHA SIGNIFICA, QUASE SEMPRE, EM AUMENTAR O ESFORÇO COMPUTACIONAL. DESSA CONTRADIÇÃO VEM A DIFICULDADE DE CRIAR-SE GERADORES VERSÁTEIS E RÁPIDOS E QUE ATENDEM AOS REQUISITOS NUMÉRICOS.

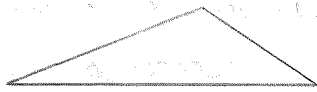
DEPOIS DE BEM REPRESENTADA ATRAVÉS DAS SUPERFÍCIES, A FRONTEIRA DE CÁLCULO DEVE COINCIDIR O MELHOR POSSÍVEL COM A MALHA. DESSE MODO, TEM-SE QUE UMA DAS MAIS IMPORTANTES PROPRIEDADES DA MALHA É A SUA COINCIDÊNCIA COM A FRONTEIRA, UMA VEZ QUE DISSO DEPENDE A CORRETA APLICAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTOURNO. O CONTROLE DO TAMANHO DOS ELEMENTOS É UM PARÂMETRO QUE É FACILMENTE INCLuíDO EM UM GERADOR DE MALHAS; O CONTROLE DA FORMA DOS ELEMENTOS, CONTOURNO, É ALGO MAIS DIFÍCIL DE SE CONSEGUIR.

PARA UMA MALHA QUE UTILIZE ELEMENTOS TRIANGULARES, É DESEJÁVEL QUE OS MESMOS SEJAM O MAIS PRÓXIMO POSSÍVEL DE TRIÂNGULOS EQUILÁTEROS, POIS ISTO PERMITE QUE AS FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO REPRESENTEM BEM AS VARIÁVEIS DENTRO DO TRIÂNGULO. QUANDO UM TRIÂNGULO SE AFASTA POR DEMASIA DO PADRÃO EQUILÁTERO, TEM-SE O EQUIVALENTE A UM ELEMENTO COM ELEVADA RAZÃO DE ASPECTO EM MALHAS COM QUADRILÁTEROS. NESTE CASO, OBSERVA-SE UMA ELEVADA ANISOTROPIA NOS COEFICIENTES, O QUE REDUZ A TAXA DE CONVERGÊNCIA DO PROCESSO DE SOLUÇÃO DO SISTEMA LINEAR.

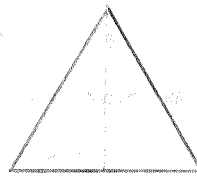
ALÉM DISSO, É NECESSÁRIO QUE AS DIMENSÕES DO ELEMENTO VARIEM DE FORMA SUAVE DENTRO DO DOMÍNIO E NÃO DE FORMA BRUSCA, DE MODO A EVITAR VOLUMES DE CONTROLE

IRREGULARES, NO QUAL O CENTROIDE SE LOCALIZA PRÓXIMO A SUAS FACES DO VOLUME E, PORTANTO, NÃO SE CONFIGURA EM UM PONTO REPRESENTATIVO DE TODO O VOLUME DE CONTROLO. É IMPORTANTE, ASSIM, QUE A MALHA APRESENTE CERTA UNIFORMIDADE.

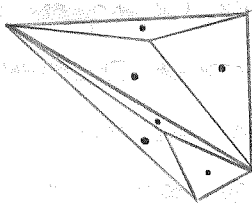
OUTRA PROPRIEDADE DE UM GERADOR DEVE SER SUA CAPACIDADE DE ADEQUAÇÃO AO PROBLEMA FÍSICO. ISTO DEVE SER FEITO EXTERNAMENTE AO GERADOR, POIS É NECESSÁRIO QUE SE CONHEÇA O COMPORTAMENTO DA SOLUÇÃO, DE MODO A SE GERAR A MALHA COM REFINAMENTO EM LOCAIS ONDE SEJA REQUERIDO. A FORMA AUTOMÁTICA DE SE EXECUTAR ESSA TAREFA, DENOMINADA ADAPTABILIDADE, É UM PONTO FORTE DO GERADOR.



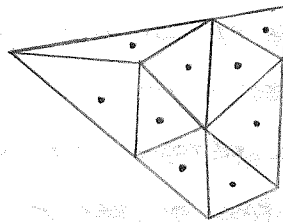
ELEMENTO ESCALENO (EVITAR)



ELEMENTO EQUILÁTERO (DESEJÁVEL)



VARIAÇÃO BRUSCA NAS DIMENSÕES DOS ELEMENTOS



MALHA COM VARIAÇÃO MAIS SUAVE DOS ELEMENTOS

* MÉTODOS DE TRIANGULAÇÃO

- TRIANGULAÇÃO DE DELAUNAY

A TRIANGULAÇÃO DE DELAUNAY OTIMIZA SIMULTANEAMENTE OS SEGUINTE CRITÉRIOS:

- MAXIMIZAÇÃO DO MÍNIMO ÂNGULO INTERNO DOS TRIÂNGULOS.
- MINIMIZAÇÃO DO MÁXIMO CIRCUNSCÍRCULO DAS ARESTAS.
- MINIMIZAÇÃO DO MÁXIMO MÍNIMO CÍRCULO DE CONTENÇÃO DAS ARESTAS.

A TAREFA BÁSICA DE UM TRIANGULADOR DE DELAUNAY É GERAR UMA MALHA DE TRIÂNGULOS, A PARTIR DE UM CONJUNTO DE PONTOS DADOS, SEM RESPEITAR OS CRITÉRIOS CITADOS. ESSOS TRÊS CRITÉRIOS EM CONJUNTO GARANTEM A GERAÇÃO DE BOAS MALHAS TANTO PARA OS MÉTODOS NUMÉRICOS QUE UTILIZAM VOLUMES CENTRADOS NOS ELEMENTOS QUANTO PARA OS MÉTODOS COM VOLUMES BASEADOS NOS VÉRTICES.

ESSA TRIANGULAÇÃO, TODAVIA, PODE TAMBÉM APRESENTAR CARACTERÍSTICAS NÃO ADEQUADAS PARA A SIMULAÇÃO NUMÉRICA E A PRINCIPAL DELAS É A CHAMADA DEGRADUAÇÃO DA TRIANGULAÇÃO. ESSE COMPORTAMENTO OCORRE QUANDO EXISTEM QUATRO OU MAIS PONTOS CO-CIRCULARES NO CONJUNTO DE PONTOS FORNECIDOS. NESSA CONDIÇÃO SINGULAR, A TRIANGULAÇÃO DE TAIS VÉRTICES NÃO É ÚNICA E CONTEM ARESTAS CRUZADAS, O QUE INVALIDA A TRIANGULAÇÃO.

OS MÉTODOS DE TRIANGULAÇÃO DE DELAUNAY PODEM SER DIVIDIDOS EM DOIS GRANDES GRUPOS: DIRETOS E INCREMENTAIS. OS DIRETOS TÊM COMO CARACTERÍSTICA BÁSICA O CONHECIMENTO DE TODOS OS VÉRTICES QUE FARÃO PARTE DA TRIANGULAÇÃO, ENQUANTO OS INCREMENTAIS NECESSITAM DA TRIANGULAÇÃO ATUAL E DO NOVO VÉRTICE QUE SERÁ ADICIONADO. OS MÉTODOS DIRETOS TÊM O INCONVENIENTE DE NECESSITAR REFAZER A TRIANGULAÇÃO QUANDO UM NOVO PONTO É ADICIONADO. DESSE MODO, OS MÉTODOS DIRETOS NÃO SÃO OS MAIS ADEQUADOS PARA A ÁREA DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA, UMA VEZ QUE AO SE REFINAR OU BUSCAR UMA MALHA COM MELHORES CARACTERÍSTICAS DE SIMULAÇÃO, TODA A TRIANGULAÇÃO DEVE SER REFEITA. PODEM-SE USAR MÉTODOS DIRETOS NA CONSTRUÇÃO DA TRIANGULAÇÃO BÁSICA E MÉTODOS INCREMENTAIS NA FASE DE REFINO E ADAPTAÇÃO, POIS ESTES ÚLTIMOS TÊM OPERAÇÕES APENAS LOCAIS, NÃO INTERFERINDO NA MALHA GLOBALMENTE.

ALGORITMOS MAIS CONHECIDOS PARA A TRIANGULAÇÃO DE DELAUNAY: INCREMENTAL (LAWSON, 1977), DIVIDE-AND-CONQUER (LEE E SCHACHTER, 1990), PLANE-SWEEP (FORTUNE, 1987).

- MÉTODOS DE TRIANGULAÇÃO GERAL

ENTRE OS MÉTODOS DE TRIANGULAÇÃO GERAL, O MAIS EMPREGADO É O DE AVANÇO DE FRENTE. A ETAPA INICIAL É A DIVISÃO DO DOMÍNIO EM PARTES SIMPLEMENTE CONEXAS FEITA, EM GERAL, PELO PRÓPRIO USUÁRIO, COM BASE NA GEOMETRIA E NO PROBLEMA FÍSICO A SER SIMULADO. DEFI- NIDOS OS SUBDOMÍNIOS, CAMADAS DE PONTOS SÃO ADICIONADAS, UMA A UMA, PARTINDO-SE DA FRONTEIRA EM DIREÇÃO AO CENTRO. COM A ADIÇÃO DOS PONTOS, QUALQUER MÉTODO DE TRIAN- GULAÇÃO PODE SER APLICADO. ESSA METODOLOGIA CRIA ELEMENTOS DE BOA QUALIDADE PERTO DAS FRONTEIRAS, MAS ENFRENTA DIFICULDADES QUANDO DUAS FRENTEIS COM GRANDES DIFERENÇAS DE TAMANHOS DE ELEMENTOS SE ENCONTRAM, POIS DIFICILMENTE SERÁ POSSÍVEL CRIAR ELEMENTOS DE QUALIDADE ACEITÁVEL NESSA REGIÃO. O MÉTODO É, PORTANTO, MUITO SEN-

SÍMBOLO À ESCOLHA DAS FRENTEIRAS E DO TAMANHO DOS ELEMENTOS.

* MELHORAMENTO DA MALHA E ADAPTABILIDADE

OS MÉTODOS DE MELHORAMENTO SÃO APLICADOS A UMA MALHA APÓS O PROCESSO DE GERAÇÃO E BASEIAM-SE, FUNDAMENTALMENTE, NO MOVIMENTO DOS NÓS DA MALHA, PROCURANDO MELHORAR ÂNGULOS, FORMAS E ÁREAS DOS ELEMENTOS. NÃO EXISTE CONSENSO NA ÁREA SOBRE A DEFINIÇÃO DE QUAIS OPERAÇÕES SÃO CLASSIFICADAS COMO DE MELHORAMENTO DE UMA MALHA. NA ÁREA NUMÉRICA, POR EXEMPLO, O MELHORAMENTO É INTERPRETADO COMO OPERAÇÕES QUE SUAVIZAM A MALHA E MELHORAM SUA QUALIDADE SEM A ALTERAÇÃO DO NÚMERO DE ELEMENTOS. POR OUTRO LADO, EM GEOMETRIA COMPUTACIONAL, COMO SEMPRE EXISTE UMA PRIMEIRA MALHA, SEMPRE GROSSEIRA, GERADA COM OS PONTOS DE FRONTEIRA, A OBTENÇÃO DA MALHA FINAL É INTERPRETADA COMO UMA OPERAÇÃO DE MELHORAMENTO, QUANDO NA REALIDADE É O PRÓPRIO PROCESSO DE GERAÇÃO FEITA ATRAVÉS DO REFINO DE UMA MALHA INICIAL.

A DISTINÇÃO ENTRE REFINO E ADAPTAÇÃO DE UMA MALHA TAMBÉM NÃO É CLARA NA LITERATURA. O REFINO, LOGICAMENTE, PRESSUPÕE A REDUÇÃO DO TAMANHO DOS ELEMENTOS E É ASSOCIADO A UM PROCESSO APENAS DO GERADOR, INDEPENDENTE DO SIMULADOR, E QUE PROVOCA, EM GERAL, UM AUMENTO NO NÚMERO TOTAL DE ELEMENTOS. QUANDO O REFINO É REALIZADO ATRAVÉS DE UM CRITÉRIO RECEBIDO DO SIMULADOR, A OPERAÇÃO É CONHECIDA COMO DE ADAPTAÇÃO DE MALHA. A ADAPTAÇÃO DE MALHA É FEITA COM BASE EM CRITÉRIOS COMO A MAGNITUDE DOS GRADIENTES (CAPTURAS DE ONDAS DE CHOQUE, POR EXEMPLO), A MAGNITUDE DOS ERROS DE TRUNCAMENTO, ENTRE OUTROS. PORTANTO, MELHORAMENTO DA MALHA, REFINO E ADAPTABILIDADE SÃO OPERAÇÕES QUE PODEM ESTAR LIGADAS ENTRE SI, E NEM SEMPRE SÃO DEFINIDAS COM CLAREZA.