

# Etapa 1: Verificação

Jonas Joacir Radtke

12 de julho de 2012

# Lista de Símbolos

$c_p$	calor específico à pressão constante [ $J/kg \cdot K$ ]
$L$	comprimento da tubeira [ $m$ ]
$p$	pressão estática [ $Pa$ ]
$r_c$	raio de curvatura da garganta [ $m$ ]
$r_t$	raio na garganta [ $m$ ]
$R$	constante do gás ou da mistura de gases [ $J/kg \cdot K$ ]
$T$	temperatura [ $K$ ]

## Letras Gregas

$\gamma$	razão entre calores específicos [adimensional]
$\varepsilon$	razão de área da tubeira [adimensional]
$\kappa$	coeficiente de condutividade térmica [ $W/m \cdot K$ ]

## Subscritos

0	propriedade de estagnação
$c$	propriedade da região convergente da tubeira
$d$	propriedade da região divergente da tubeira

# 1 Escoamento Invíscido Monoespécie com Propriedades Constantes

Tabela 1: Parâmetros utilizados no processo de verificação do código Mach2D.

Raio na garganta ( $r_t$ ) [m]	0,05
Raio de curvatura na garganta ( $r_c$ ) [m]	0,05
Comprimento da região convergente ( $L_c$ ) [m]	0,15
Comprimento da região divergente ( $L_d$ ) [m]	0,50
Razão de área ( $\varepsilon$ )	13,28030839
Inclinação da parede da seção convergente [ $^\circ$ ]	30
Inclinação da parede da seção divergente [ $^\circ$ ]	15
Temperatura de estagnação ( $T_0$ ) [K]	833,33
Pressão de estagnação ( $p_0$ ) [Pa]	$20 \times 10^5$
Razão entre calores específicos ( $\gamma$ )	1,2696655
Constante do gás ( $R$ ) [J/kg · K]	4,6152544
Calor específico a pressão constante ( $c_p$ ) [J/kg · K]	$2,1729989 \times 10^3$
Condutividade térmica ( $\kappa$ ) [W/m · K]	$7,4524728 \times 10^{-2}$

## 1.1 Caso 1a: UDS com malha uniforme

Analisando as ordens aparente apresentadas nas tabelas 2 e 3 observa-se uma leve tendência de convergência para o valor unitário ( $p_L = 1$ ).

Tabela 2: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o coeficiente de descarga.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$1.57504465E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$1.36355236E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$1.17792991E + 00$	0.18823	$-1.33188680E + 00$	$3.99566041E + 00$
64	16	0.01015625	$1.08431839E + 00$	0.98761	$-9.52399594E - 02$	$2.85719878E - 01$
128	32	0.00507813	$1.03865897E + 00$	1.03577	$-4.34763510E - 02$	$1.30429053E - 01$
256	64	0.00253906	$1.01517604E + 00$	0.95930	$-2.48663549E - 02$	$7.45990646E - 02$
512	128	0.00126953	$1.00290883E + 00$	0.93681	$-1.34172514E - 02$	$4.02517542E - 02$
1024	256	0.00063477	$9.96639583E - 01$	0.96844	$-6.55281847E - 03$	$1.96584554E - 02$

Tabela 3: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o impulso específico no vácuo.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$8.63513800E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$8.90818686E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$9.24348015E - 01$	---	---	---
64	16	0.01015625	$9.48416001E - 01$	0.47831	$6.12247037E - 02$	$1.83674111E - 01$
128	32	0.00507813	$9.63672078E - 01$	0.65773	$2.64128810E - 02$	$7.92386430E - 02$
256	64	0.00253906	$9.72356248E - 01$	0.81292	$1.14753314E - 02$	$3.44259942E - 02$
512	128	0.00126953	$9.76990639E - 01$	0.90601	$5.30339653E - 03$	$1.59101896E - 02$
1024	256	0.00063477	$9.79387902E - 01$	0.95099	$2.56885835E - 03$	$7.70657505E - 03$

## 1.2 Caso 1b: CDS com malha uniforme

As ordens apresentadas nas tabelas 4 e 5 não apresentam convergência para o valor de  $p_L = 2$ . Tal comportamento pode ser devido ao fato das soluções numéricas nas malhas utilizadas não estarem na região convergente.

Tabela 4: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o coeficiente de descarga.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$1.20946021E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$1.08458077E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$1.02094604E + 00$	0.97265	$-6.61180141E - 02$	$1.98354042E - 01$
64	16	0.01015625	$9.91869493E - 01$	1.12996	$-2.44644178E - 02$	$7.33932534E - 02$
128	32	0.00507813	$9.90405536E - 01$	4.31191	$-7.76156414E - 05$	$2.32846924E - 04$
256	64	0.00253906	$9.90328594E - 01$	4.24995	$-4.26825849E - 06$	$1.28047755E - 05$
512	128	0.00126953	$9.90296745E - 01$	1.27253	$-2.24945310E - 05$	$6.74835930E - 05$
1024	256	0.00063477	$9.90317510E - 01$	---	---	---

Tabela 5: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o impulso específico no vácuo.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$9.89073434E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$9.82196571E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$9.82238807E - 01$	---	---	---
64	16	0.01015625	$9.82441218E - 01$	---	---	---
128	32	0.00507813	$9.81971318E - 01$	---	---	---
256	64	0.00253906	$9.81846914E - 01$	1.91731	$-4.47951435E - 05$	$1.34385430E - 04$
512	128	0.00126953	$9.81891546E - 01$	---	---	---
1024	256	0.00063477	$9.81921284E - 01$	0.58580	$5.93716529E - 05$	$1.78114959E - 04$

## 1.3 Caso 5a: UDS com malha não-uniforme em x

Os resultados para as ordens aparente obtidos para malhas não-uniformes foram melhores do que para malhas uniformes, como pode ser observado nas tabelas 6 e 7, principalmente quando é analisada a solução numérica para o coeficiente de descarga.

Tabela 6: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o coeficiente de descarga.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$1.42325494E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$1.20130575E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$1.08776622E + 00$	0.96703	$-1.18912138E - 01$	$3.56736413E - 01$
64	16	0.01015625	$1.03794100E + 00$	1.18825	$-3.89638014E - 02$	$1.16891404E - 01$
128	32	0.00507813	$1.01458780E + 00$	1.09326	$-2.06018314E - 02$	$6.18054943E - 02$
256	64	0.00253906	$1.00259018E + 00$	0.96087	$-1.26759694E - 02$	$3.80279082E - 02$
512	128	0.00126953	$9.96477875E - 01$	0.97296	$-6.34804461E - 03$	$1.90441338E - 02$
1024	256	0.00063477	$9.93413814E - 01$	0.99627	$-3.07995952E - 03$	$9.23987855E - 03$

## 1.4 Caso 5b: CDS com malha não-uniforme em x

Os resultados para as ordens aparente quando utilizamos CDS e malha não-uniforme também são melhores do que os obtidos com malha uniforme, conforme apresentado nas tabelas 8 e 9. Porém, tais resultados ainda ficam bastante longe do valor de  $p_L = 2$ .

Tabela 7: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o impulso específico no vácuo.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$8.84289850E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$9.10493984E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$9.39979001E - 01$	---	---	---
64	16	0.01015625	$9.59132174E - 01$	0.62240	$3.55061509E - 02$	$1.06518453E - 01$
128	32	0.00507813	$9.70141231E - 01$	0.79889	$1.48818291E - 02$	$4.46454873E - 02$
256	64	0.00253906	$9.75935154E - 01$	0.92608	$6.43694802E - 03$	$1.93108441E - 02$
512	128	0.00126953	$9.78871600E - 01$	0.98047	$3.01759772E - 03$	$9.05279317E - 03$
1024	256	0.00063477	$9.80359520E - 01$	0.98077	$1.52838576E - 03$	$4.58515728E - 03$

Tabela 8: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o coeficiente de descarga.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$1.17197090E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$1.01763734E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$9.89839405E - 01$	2.47300	$-6.10677987E - 03$	$1.83203396E - 02$
64	16	0.01015625	$9.88460892E - 01$	4.33379	$-7.19280502E - 05$	$2.15784150E - 04$
128	32	0.00507813	$9.89782663E - 01$	---	---	---
256	64	0.00253906	$9.90115791E - 01$	1.98833	$1.12248824E - 04$	$3.36746472E - 04$
512	128	0.00126953	$9.90258135E - 01$	1.22669	$1.06203090E - 04$	$3.18609269E - 04$
1024	256	0.00063477	$9.90311660E - 01$	1.41109	$3.22558850E - 05$	$9.67676550E - 05$

Tabela 9: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o impulso específico no vácuo.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$9.89049647E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$9.85296972E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$9.83235820E - 01$	0.86447	$-2.51155239E - 03$	$7.53465717E - 03$
64	16	0.01015625	$9.82280036E - 01$	1.10869	$-8.26442811E - 04$	$2.47932843E - 03$
128	32	0.00507813	$9.81921727E - 01$	1.41548	$-2.14879142E - 04$	$6.44637427E - 04$
256	64	0.00253906	$9.81904230E - 01$	4.35598	$-8.98340145E - 07$	$2.69502043E - 06$
512	128	0.00126953	$9.81921416E - 01$	---	---	---
1024	256	0.00063477	$9.81925865E - 01$	1.94959	$1.55425591E - 06$	$4.66276774E - 06$

## 2 Escoamento Invíscido Congelado

Tabela 10: Parâmetros utilizados no processo de verificação do código Mach2D.

Raio na garganta ( $r_t$ ) [m]	0,05
Raio de curvatura na garganta ( $r_c$ ) [m]	0,05
Comprimento da região convergente ( $L_c$ ) [m]	0,15
Comprimento da região divergente ( $L_d$ ) [m]	0,50
Razão de área ( $\varepsilon$ )	13,28030839
Inclinação da parede da seção convergente [°]	30
Inclinação da parede da seção divergente [°]	15
Temperatura de estagnação ( $T_0$ ) [K]	3420
Pressão de estagnação ( $p_0$ ) [Pa]	$20 \times 10^5$
Razão entre calores específicos ( $\gamma$ )	1,1956
Constante do gás ( $R$ ) [J/kg · K]	526,97

Os resultados obtidos para o escoamento congelado são qualitativamente similares aos obtidos para o escoamento monoespécie com propriedades constantes. Dentre as diferenças observadas pode-se destacar que na tabela 16 a ordem aparente apresenta tendência ao valor unitário até a malha  $512 \times 128$  porém supera este valor para malha  $1024 \times 256$ .

## 2.1 Caso 3a: UDS com malha uniforme

Tabela 11: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o coeficiente de descarga.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$1.67400854E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$1.45061741E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$1.25102937E + 00$	0.16255	$-1.67353780E + 00$	$5.02061340E + 00$
64	16	0.01015625	$1.14983378E + 00$	0.97988	$-1.04078579E - 01$	$3.12235736E - 01$
128	32	0.00507813	$1.10073212E + 00$	1.04330	$-4.62812882E - 02$	$1.38843865E - 01$
256	64	0.00253906	$1.07567798E + 00$	0.97072	$-2.61028891E - 02$	$7.83086672E - 02$
512	128	0.00126953	$1.06266441E + 00$	0.94503	$-1.40651783E - 02$	$4.21955348E - 02$
1024	256	0.00063477	$1.05604024E + 00$	0.97420	$-6.86757545E - 03$	$2.06027263E - 02$

Tabela 12: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o impulso específico no vácuo.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$8.13311020E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$8.43087937E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$8.78823645E - 01$	---	---	---
64	16	0.01015625	$9.03823066E - 01$	0.51547	$5.82110961E - 02$	$1.74633288E - 01$
128	32	0.00507813	$9.19427756E - 01$	0.67992	$2.59194556E - 02$	$7.77583669E - 02$
256	64	0.00253906	$9.28218252E - 01$	0.82796	$1.13399832E - 02$	$3.40199495E - 02$
512	128	0.00126953	$9.32874629E - 01$	0.91674	$5.24460797E - 03$	$1.57338239E - 02$
1024	256	0.00063477	$9.35256121E - 01$	0.96734	$2.49309613E - 03$	$7.47928839E - 03$

## 2.2 Caso 3b: CDS com malha uniforme

Tabela 13: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o coeficiente de descarga.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$1.29584849E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$1.15840048E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$1.08574115E + 00$	0.91967	$-8.14861046E - 02$	$2.44458314E - 01$
64	16	0.01015625	$1.05228079E + 00$	1.11870	$-2.85618640E - 02$	$8.56855920E - 02$
128	32	0.00507813	$1.04970959E + 00$	3.70194	$-2.14024590E - 04$	$6.42073770E - 04$
256	64	0.00253906	$1.04946588E + 00$	3.39918	$-2.55196773E - 05$	$7.65590318E - 05$
512	128	0.00126953	$1.04937743E + 00$	1.46221	$-5.03917700E - 05$	$1.51175310E - 04$
1024	256	0.00063477	$1.04938415E + 00$	---	---	---

Tabela 14: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o impulso específico no vácuo.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$9.40158576E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$9.34910557E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$9.36871336E - 01$	---	---	---
64	16	0.01015625	$9.38073744E - 01$	0.70550	$1.90643681E - 03$	$5.71931042E - 03$
128	32	0.00507813	$9.37832139E - 01$	---	---	---
256	64	0.00253906	$9.37682863E - 01$	0.69467	$-2.41344439E - 04$	$7.24033316E - 04$
512	128	0.00126953	$9.37796987E - 01$	---	---	---
1024	256	0.00063477	$9.37738783E - 01$	---	---	---

### 2.3 Caso 7a: UDS com malha não-uniforme em x

Tabela 15: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o coeficiente de descarga.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$1.51287174E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$1.27645840E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$1.15404833E + 00$	0.94959	$-1.31436809E - 01$	$3.94310427E - 01$
64	16	0.01015625	$1.10024005E + 00$	1.18582	$-4.22048887E - 02$	$1.26614666E - 01$
128	32	0.00507813	$1.07515327E + 00$	1.10090	$-2.19120238E - 02$	$6.57360714E - 02$
256	64	0.00253906	$1.06236868E + 00$	0.97252	$-1.32859242E - 02$	$3.98577725E - 02$
512	128	0.00126953	$1.05588757E + 00$	0.98009	$-6.66374582E - 03$	$1.99912374E - 02$
1024	256	0.00063477	$1.05264695E + 00$	0.99997	$-3.24074765E - 03$	$9.72224294E - 03$

Tabela 16: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o impulso específico no vácuo.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$8.35483226E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$8.64314912E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$8.95217949E - 01$	---	---	---
64	16	0.01015625	$9.14833167E - 01$	0.65578	$3.40860114E - 02$	$1.02258034E - 01$
128	32	0.00507813	$9.25948520E - 01$	0.81942	$1.45356528E - 02$	$4.36069584E - 02$
256	64	0.00253906	$9.31788180E - 01$	0.92860	$6.46391580E - 03$	$1.93917474E - 02$
512	128	0.00126953	$9.34734762E - 01$	0.98684	$3.00107590E - 03$	$9.00322769E - 03$
1024	256	0.00063477	$9.36202540E - 01$	1.00541	$1.45683206E - 03$	$4.37049619E - 03$

### 2.4 Caso 7b: CDS com malha não-uniforme em x

Tabela 17: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o coeficiente de descarga.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$1.24964761E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$1.08276257E + 00$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$1.05052783E + 00$	2.37217	$-7.71686934E - 03$	$2.31506080E - 02$
64	16	0.01015625	$1.04774212E + 00$	3.53250	$-2.63512419E - 04$	$7.90537256E - 04$
128	32	0.00507813	$1.04891748E + 00$	---	---	---
256	64	0.00253906	$1.04919728E + 00$	2.07065	$8.74160231E - 05$	$2.62248069E - 04$
512	128	0.00126953	$1.04932539E + 00$	1.12698	$1.08202485E - 04$	$3.24607456E - 04$
1024	256	0.00063477	$1.04937500E + 00$	1.36877	$3.13475404E - 05$	$9.40426212E - 05$

Tabela 18: Solução numérica, ordem aparente e estimativas para o impulso específico no vácuo.

$n_x$	$n_y$	$h$	$\phi$	$p_U$	$U_{ri}(\phi, p_U)$	$U_{GCI}(\phi, p_U)$
8	2	0.08125000	$9.41926220E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
16	4	0.04062500	$9.39545346E - 01$	não se aplica	não se aplica	não se aplica
32	8	0.02031250	$9.38610751E - 01$	1.34908	$-6.03941400E - 04$	$1.81182420E - 03$
64	16	0.01015625	$9.37990686E - 01$	0.59192	$-1.22239186E - 03$	$3.66717559E - 03$
128	32	0.00507813	$9.37655376E - 01$	0.88692	$-3.94841151E - 04$	$1.18452345E - 03$
256	64	0.00253906	$9.37664649E - 01$	---	---	---
512	128	0.00126953	$9.37781196E - 01$	---	---	---
1024	256	0.00063477	$9.37743105E - 01$	---	---	---