Modelos para escoamento reativo laminar 2D em tubeira com refrigeração regenerativa e radiativa

Códigos Mach2D 6.1 e RHG2D 1.0

Objetivos

- Implementação de códigos computacionais para solução de escoamento 2D reativo laminar em motores-foguete operando com o sistema H_2/O_2 (código Mach2D 6.1)
- Inclusão de efeitos de transferência de calor para refrigeração regenerativa ou radiativa (código RHG2D 1.0)

Problema

Divisão do problema em três partes:

- Câmara-Tubeira: escoamento reativo, laminar de gases na câmara e tubeira (modelo 2D).
- Parede: condução de calor através da parede entre os gases de combustão e o fluido refrigerante (modelo 1D).
- Canais (refrigeração regenerativa): escoamento turbulento do fluido refrigerante nos canais em torno da tubeira (modelo 1D).
- Radiação para o ambiente (refrigeração radiativa).



Figura 1: Esquemas de transferência de calor

(refrigeração regenerativa à esquerda e refrigeração radiativa à direita).

Metodologia

- Método dos Volumes Finitos.
- Funções de interpolação de primeira ordem (UDS) e de segunda ordem (CDS), com correção adiada.
- Arranjo co-localizado de variáveis.
- Formulação apropriada a qualquer regime de velocidades.
- Malhas estruturadas, não-ortogonais.

Modelos físicos

Monoespécie com propriedades constantes
 Monoespécie com propriedades variáveis
 Escoamento congelado

Escoamento em equilíbrio

Modelos químicos

Modelo	Número de reações	Número de espécies	Espécies envolvidas
0	0	3	H_2O, O_2, H_2
1	1	3	H_2O, O_2, H_2
2	2	4	H ₂ O, O ₂ , H ₂ , OH
3	4	6	H ₂ O, O ₂ , H ₂ , OH, O, H
4	4	6	H ₂ O, O ₂ , H ₂ , OH, O, H
5	8	6	H ₂ O, O ₂ , H ₂ , OH, O, H
7	8	6	H ₂ O, O ₂ , H ₂ , OH, O, H
10	6	8	$H_2O, O_2, H_2, OH, O, H, HO_2, H_2O_2$
9	18	8	$H_2O, O_2, H_2, OH, O, H, HO_2, H_2O_2$

Mach 2D Laminar

• Equação geral:

$$C^{\phi}\left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial y}(r\rho v\phi)\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma^{\phi}\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial y}\left(r\Gamma^{\phi}\frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + P^{\phi} + S^{\phi}$$

Equação	ϕ	C^{ϕ}	Γ^{ϕ}	P^{ϕ}	S^{ϕ}
Massa	1	1	0	0	0
QML-x	и	1	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x}$	$\frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial v}{\partial x}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\mu}{r}\frac{\partial}{\partial y}(rv)\right]$
QML-y	V	1	μ	$-\frac{\partial p}{\partial y}$	$\frac{1}{3r}\frac{\partial}{\partial y}\left(r\mu\frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right) - \frac{4}{3}\lambda\frac{u}{r^2}v - \frac{2}{3r}\lambda v\frac{\partial \mu}{\partial y}$
Energia	Т	Cp	k	$\frac{\partial p}{\partial t} - uP^u - vP^v$	$2\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \lambda \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right] + \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \frac{v}{r} \right)^2 + S_{eq} + q''$

Mach 2D Laminar

• Termo-fonte da energia (equilíbrio local):

$$S_{eq} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{i=1}^{N_e} \rho h_i Y_i u \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left(\sum_{i=1}^{N_e} r \rho h_i Y_i v \right)$$

• Equação de estado:

$$p = \rho R T$$

• Relações auxiliares:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_p - R} \qquad M = \sqrt{\frac{u^2 + v^2}{\gamma R T}}$$

Refrigeração

• Termo-fonte da energia (interação com as paredes):

$$q'' = q''_{conv} + q''_{rad}$$

• Fluxo convectivo:

$$q_{conv}'' = h_g \left(T_{wall} - T_{aw} \right)$$
$$T_{aw} = T \left[1 + rec \frac{(\gamma - 1)}{2} M^2 \right]$$

• Fluxo radiativo:

$$q_{rad}'' = \overline{\varepsilon} \, \sigma \left(T_{wall}^4 - T^4 \right)$$

Refrigeração regenerativa

• Escoamento nos canais:

$$\frac{d}{ds}(\rho_c u_c S_c) = 0$$

$$\frac{d}{ds}(\rho_c u_c S_c u_c) = -S_c \frac{d p_c}{ds} + F_c'$$

$$F_p)_c \frac{d}{ds}(\rho_c u_c S_c T_c) = \beta T_c u_c S_c \frac{d p_c}{ds} + q_c'$$

$$F_c' = -\frac{\pi}{8} f_c \rho_c u_c |u_c| D_c$$

$$q_c' = |u_c F_c'| + S_{wc}' h_c (T_{wc} - T_c)$$

11

Refrigeração regenerativa

• Condução através das paredes:

$$q_w'' = \frac{\overline{k}_w}{e} \left(T_{wh} - T_{wc} \right)$$

• Balanço de energia (refrigeração regenerativa):

$$q = (q''_{conv} + q''_{rad})S_{wh} = q''_w S_{wh} = q''_c S_{wa}$$

Refrigeração radiativa

• Troca térmica com o ambiente:

$$q_{r_ext}'' = \varepsilon \, \sigma \left(T_{wc}^4 - T_n^4 \right)$$

• Balanço de energia (refrigeração radiativa):

$$q = (q''_{conv} + q''_{rad})S_{wh} = q''_{w}S_{wh} = q''_{r_{ext}}S_{we}$$

Algoritmo

- 1) Estimativa inicial da distribuição de temperaturas da parede.
- 2) Solução do escoamento laminar reativo 2D.
- Solução do escoamento de refrigerante (caso de refrigeração regenerativa) ou solução da equação de Stefan-Boltzmann (refrigeração radiativa).
- Estimativa da razão entre a taxa de transferência de calor dos gases de combustão e a taxa de transferência de calor do sistema de refrigeração.
- 5) Estimativa da temperatura da parede.
- 6) Estimativa do erro referente à taxa de transferência de calor.
- 7) Retornar ao item 2 até o número desejado de iterações ou até o atendimento de um critério de parada pré-definido.

Refrigeração regenerativa



15

Refrigeração radiativa



Coeficiente de descarga [adim.]

Modelo	Sem refrigeração (tubeira adiabática)	Refrigeração regenerativa	Refrigeração radiativa	
Escoamento invíscido monoespécie	9,98771E-01			
Escoamento laminar monoespécie	9,98515E-01	9,98950E-01	9,99148E-01	
Escoamento invíscido congelado de mistura de gases (modelo 3)	9,98789E-01			
Escoamento laminar congelado de mistura de gases (modelo 3)	9,98537E-01	9,99297E-01	9,99439E-01	
Escoamento invíscido de mistura de gases em equilíbrio (modelo 3)	1,01454E+00			
Escoamento laminar de mistura de gases em equilíbrio (modelo 3)	1,01427E+00	1,01492E+00	1,01473E+00	

Impulso específico [s]

Modelo	Sem refrigeração (tubeira adiabática)	Refrigeração regenerativa	Refrigeração radiativa
Escoamento invíscido monoespécie	3,43442E+02		
Escoamento laminar monoespécie	3,43197E+02	3,43289E+02	3,43004E+02
Escoamento inviscido congelado de mistura de gases (modelo 3)	3,43541E+02		
Escoamento laminar congelado de mistura de gases (modelo 3)	3,43298E+02	3,433104E+02	3,43068E+02
Escoamento inviscido de mistura de gases em equilíbrio (modelo 3)	3,58306E+02		
Escoamento laminar de mistura de gases em equilíbrio (modelo 3)	3,58003E+02	3,57733E+02	3,57879E+02

Empuxo total (vácuo) [N]

Modelo	Sem refrigeração (tubeira adiabática)	Refrigeração regenerativa	Refrigeração radiativa
Escoamento invíscido monoespécie	1,63253E+04		
Escoamento laminar monoespécie	1,63095E+04	1,63209E+04	1,63106E+04
Escoamento inviscido congelado de mistura de gases (modelo 3)	1,63303E+04		
Escoamento laminar congelado de mistura de gases (modelo 3)	1,63146E+04	1,63250E+04	1,63157E+04
Escoamento inviscido de mistura de gases em equilíbrio (modelo 3)	1,73008E+04		
Escoamento laminar de mistura de gases em equilíbrio (modelo 3)	1,72815E+04	1,72790E+04	1,72806E+04

Distribuição de temperaturas – escoamento congelado



Refrigeração regenerativa



Refrigeração radiativa 20

Distribuição de temperaturas – escoamento em equilíbrio





Refrigeração regenerativa



Refrigeração radiativa

Frações mássicas (H₂O) – escoamento em equilíbrio



Refrigeração regenerativa



Refrigeração radiativa 22

Conclusões

- Ratificação de resultados observados no modelo unidimensional: resultados de modelos de 6 e 8 espécies muito próximos; temperatura máxima da parede (com refrigeração) alcançada com o modelo de escoamento congelado.
- Maior dependência do modelo físico adotado do que do sistema de refrigeração escolhido.
- Temperatura na parede: temperaturas muito superiores quando empregada a refrigeração radiativa em relação à regenerativa.

Modelo químico reduzido

Modelo químico 13

Dados gerais

- 5 espécies químicas (H₂O, O₂, H₂, O, H)
- 3 reações:

 $H_{2} \leftrightarrow 2 H$ $H_{2} + O \iff H_{2}O$ $4 H + O_{2} \iff 2 H_{2}O$

Testes realizados

- Razão OF = 7.936682739 (estequiométrica)
- Condições de equilíbrio químico

Problema	Temperatura (K)	Pressão total (bar)
E 1	4000	200
E2	3000	20
E3	2000	2
E4	1500	0,2
E5	600	0,02

Resultados globais – problema E1

Modelo	M (kg/kmol)	ho (kg/m ³)	c congelado (J/kg.K)	γ congelado (<i>adim</i> .)	<i>R</i> (J/kg.K)	C (mol/cm ³)
0	18,015	10,8336	3295,5	1,1629	461,53	6,0136e-4
1	16,865	10,1421	3300,0	1,1756	493,00	6,0136e-4
2	16,196	9,7395	3288,8	1,1850	513,37	6,0136e-4
3	15,536	9,3425	3293,5	1,1940	535,19	6,0136e-4
4	15,536	9,3425	3293,5	1,1940	535,19	6,0136e-4
5	15,536	9,3425	3293,5	1,1940	535,19	6,0136e-4
7	15,536	9,3425	3293,5	1,1940	535,19	6,0136e-4
10	15,537	9,3433	3293,6	1,1940	535,14	6,0136e-4
CEA	15,516	9,3309	3290,8			
9	15,537	9,3433	3293,6	1,1940	535,14	6,0136e-4
Teqworks	15,503	9,3230				
13	16,131	9,7008	3304,6	1,1848	515,42	6,0136e-4

Frações mássicas – problema E1

Modelo	H ₂ O	O ₂	H_2	OH	0	H	HO ₂	H_2O_2	O ₃
0	1,0000e-0	0	0						
1	8,6362e-1	1,2112e-1	1,5260e-2						
2	7,7532e-1	7,7639e-2	1,7462e-2	1,2958e-1					
3	7,5268e-1	7,7291e-2	1,7347e-2	1,2886e-1	2,1134e-2	2,6914e-3			
4	7,5268e-1	7,7291e-2	1,7347e-2	1,2886e-1	2,1134e-2	2,6914e-3			
5	7,5268e-1	7,7291e-2	1,7347e-2	1,2886e-1	2,1134e-2	2,6914e-3			
7	7,5268e-1	7,7291e-2	1,7347e-2	1,2886e-1	2,1134e-2	2,6914e-3			
10	7,5214e-1	7,6915e-2	1,7376e-2	1,2865e-1	2,1082e-2	2,6935e-3	9,2804e-4	2,1200e-4	
CEA	7,4839e-1	7,4654e-2	1,7424e-2	1,3508e-1	2,0636e-2	2,6850e-3	9,2359e-4	2,0703e-4	2,6050e-6
9	7,5214e-1	7,6915e-2	1,7376e-2	1,2865e-1	2,1082e-2	2,6935e-3	9,2804e-4	2,1200e-4	
Teqworks	7,478e-1	7,8259e-2	1,7690e-2	1,318e-1	2,1167e-2	2,7045e-3	5,6768e-4	5,534e-13	1,3402e-6
13	8,3970e-1	1,1686e-1	1,5445e-2		2,5502e-2	2,4922e-3			

Temperatura de combustão

Problema	CEA	Gibbs (mod. 9)	Erro (%) Gibbs (mod. 9)	Gibbs (mod. 13)	Erro (%) Gibbs (mod. 13)	Outra fonte	Erro (%) outra fonte
C2	1797,78	1796,65	0,063	2067,40	-15,0	[Tw] 1798,71	-0,052
C3	2974,69	2976,10	-0,047	3208,91	-7,87	[Tw] 2986,92	-0,41
C4	3595,43	3599,98	-0,13	3862,27	-7,42	[Tw] 3610,55	-0,42
C5	3644,31	3649,47	-0,14	3918,00	-7,51	[Tw] 3658,22	-0,38
C6	3507,10	3513,33	-0,17	3810,02	-8,64	[Tw] 3523,28	-0,46
C7	3368,28	3374,95	-0,20	3688,90	-9,52	[Tw] 3385,28	-0,50
C8	3234,72	3241,35	-0,20	3563,97	-10,2	[Tw] 3251,62	-0,52
C9	3596,61	3601,17	-0,13	3863,74	-7,40	[Wang] 3639,0	-1,2
C10	3237,61	3240,86	-0,10	3385,99	-7,60	[Kim] 3300	-1,9
C11	2964,90	2970,91	-0,20	3186,87	-7,49	[Kim] 3073	-3,6
C12	2998,45	3000,31	-0,062	3222,44	-7,47	[Huzel] 3013	-0,49
C13	3235,70	3238,85	-0,097	3469,01	-7,21	[Huzel] 3251	-0,47
C14	2668,70	2669,55	-0,032	2900,94	-8,70	[Sutton] 2959	-11
C15	2954,33	2956,01	-0,057	3178,25	-7,58	[Sutton] 2999	-1,5
C16	2946,10	2947,75	-0,056	3170,06	-7,60	[Sarner] 2977	-1,0

Conclusões

- As temperaturas de mistura de gases são superestimadas.
- De modo geral, os resultados são menos acurados que os do modelo 2 (de 4 espécies).
- A não inclusão do radical hidroxila (OH) não o torna adequado para estudos aprofundados em escoamentos reativos.

Alterações no transporte de informações para o escoamento em equilíbrio

Código Mach1D 5.0

Modificação proposta

 Transportar informações quanto a frações mássicas e graus de reação de dissociação de uma iteração para outra para as diversas subrotinas do código Mach1D 5.0.

Resultados obtidos

Modelo	80 volumes			640 volumes		
químico	Original	Modificado	Redução	Original	Modificado	Redução
Modelo 3	1,127 min	38,47 s	43,11%	1,180 h	44,05 min	37,78%
Modelo 4	50,07 s	29,45 s	41,18%	52,96 min	35,00 min	33,91%
Modelo 5	2,974 h	28,33 s	99,74%		40,02 min	
Modelo 7	4,555 h	37,83 s	99,77%		49,29 min	
Modelo 9	1,744 h	40,28 s	99,36%		1,080 h	
Modelo 10	1,474 min	51,80 s	41,43%	1,564 h	59,97 min	36,09%

Resultados obtidos

• Modelo químico 3 (Estimador GCI)

Varióval	80 vo	lumes	640 volumes		
	Original	Modificado	Original	Modificado	
C_d [adim]	$0,98 \pm 1 \mathrm{x} 10^{-2}$	$0,980 \pm 5 \mathrm{x10^{-3}}$	$0,9784 \pm 6 \mathrm{x10}^{-4}$	$0,9784 \pm 5 \mathrm{x10}^{-4}$	
<i>F</i> * [adim]	$1,01 \pm 1 \mathrm{x} 10^{-2}$	$1,013 \pm 5 \times 10^{-3}$	$1,0116 \pm 1 \mathrm{x10}^{-4}$	$1,01159 \pm 3 x 10^{-5}$	
P_{ex} [Pa]	$3,63 \times 10^4 \pm 5 \times 10^2$	$3,63 \times 10^4 \pm 2 \times 10^2$	$3,618 \times 10^4 \pm 6 \times 10^1$	$3,618 \times 10^4 \pm 6 \times 10^1$	
T_{ex} [K]	$2461,2 \pm 3x10^{-1}$	$2461,2 \pm 1 \mathrm{x} 10^{-1}$	2460 ± 1	2460 ± 1	
u_{ex} [m/s]	3427 ± 2	$3426,7 \pm 7 \mathrm{x} 10^{-1}$	3429 ± 2	3429 ± 2	
M_{ex} [adim]	$2,911 \pm 2 \times 10^{-3}$	$2,9111 \pm 6 \times 10^{-4}$	$2,914 \pm 3 \times 10^{-3}$	$2,914 \pm 3 \times 10^{-3}$	

Conclusões

- Redução mínima de 30% do tempo de CPU para determinada malha.
- Para os modelos químicos 3, 4 e 10, não houve mudança significativa do número de algarismos significativos; no caso dos demais modelos, houve aumento do número de algarismos significativos.
- Não houve alteração nos resultados numéricos obtidos, com base na análise de erros numéricos.

Modificação das condições de contorno na entrada da tubeira

Parede parcialmente catalítica e não-catalítica

Definições

- Parede com equilíbrio catalítico: reações químicas ocorrem a uma taxa infinita (equilíbrio químico local).
- Parede parcialmente catalítica: as reações químicas são catalisadas a uma taxa finita. Caso limite: quando não há recombinação na parede – parede não-catalítica.
- Parede totalmente catalítica: todos os átomos (espécies monoatômicas) são recombinados.

Resultados obtidos

Coeficiente de descarga [adim.]

Modelo químico	Equilíbrio Catalítico	Parcialmente Catalítica	Não Catalítica
Modelo 31	$1,008 \pm 3 \times 10^{-3}$	$0,891 \pm 5 \mathrm{x10^{-3}}$	$0,891 \pm 4 \mathrm{x} 10^{-3}$
Modelo 32	$1,007 \pm 3 \times 10^{-3}$	$0,891 \pm 5 \mathrm{x} 10^{-3}$	$0,890 \pm 3 \mathrm{x} 10^{-3}$
Modelo 5	$1,007 \pm 3 \mathrm{x} 10^{-3}$	$0,890 \pm 5 \mathrm{x10^{-3}}$	$0,890 \pm 3 \mathrm{x} 10^{-3}$
Modelo 10	$1,008 \pm 3 \mathrm{x} 10^{-3}$	$0,891 \pm 5 \mathrm{x10}^{-3}$	$0,891 \pm 4 \mathrm{x} 10^{-3}$

Temperatura [K]

Modelo químico	Equilíbrio Catalítico	Parcialmente Catalítica	Não Catalítica
Modelo 31	$1910 \pm 1 \mathrm{x} 10^{1}$	$2350 \pm 2 x 10^{1}$	$2350 \pm 1 \mathrm{x} 10^{1}$
Modelo 32	$1980 \pm 1 \mathrm{x} 10^{1}$	$2440 \pm 1 \mathrm{x} 10^{1}$	2439 ± 8
Modelo 5	2059 ± 9	$2440 \pm 1 \mathrm{x} 10^{1}$	2438 ± 8
Modelo 10	$1910 \pm 1 \mathrm{x} 10^{1}$	$2350 \pm 2 \mathrm{x} 10^{1}$	$2350 \pm 1 \mathrm{x} 10^{1}$

Resultados obtidos

Malha de 80 volumes,

modelo químico 31



Conclusões

- Mudanças significativas entre as CC de parede com equilíbrio catalítico e as paredes parcialmente catalítica e não-catalítica. Comparando-se estas últimas duas, não houve variação significativa nos resultados.
- Novas C.C: não há descontinuidade nos perfis (temperatura e frações mássicas, por exemplo).
- Parede parcialmente catalítica: menor número de iterações e maior quantidade de algarismos significativos.
- Número de iterações para as novas CC: superior ao da parede com equilíbrio catalítico.